

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD			PESEL											

*miejsce
na naklejkę*

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **3 czerwca 2016 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–17). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniach kodowanych (6–7) wpisz właściwe cyfry w kratkach umieszczonych pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (8–17) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-163

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |3 + 5^{3-x}| - 1$ dla każdej liczby rzeczywistej. Zbiorem wartości funkcji f jest

- A. $(2, +\infty)$ B. $\langle 1, 3 \rangle$ C. $\langle -1, +\infty \rangle$ D. $(0, +\infty)$

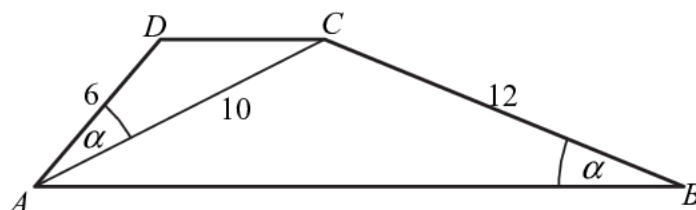
Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ$ jest równa

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD dane są: $|AD| = 6$, $|BC| = 12$, $|AC| = 10$ oraz $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CAD|$ (zobacz rysunek).



Wówczas długość podstawy AB tego trapezu jest równa

- A. $|AB| = 18$ B. $|AB| = 20$ C. $|AB| = 22$ D. $|AB| = 24$

Zadanie 4. (0–1)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Wynika stąd, że cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy

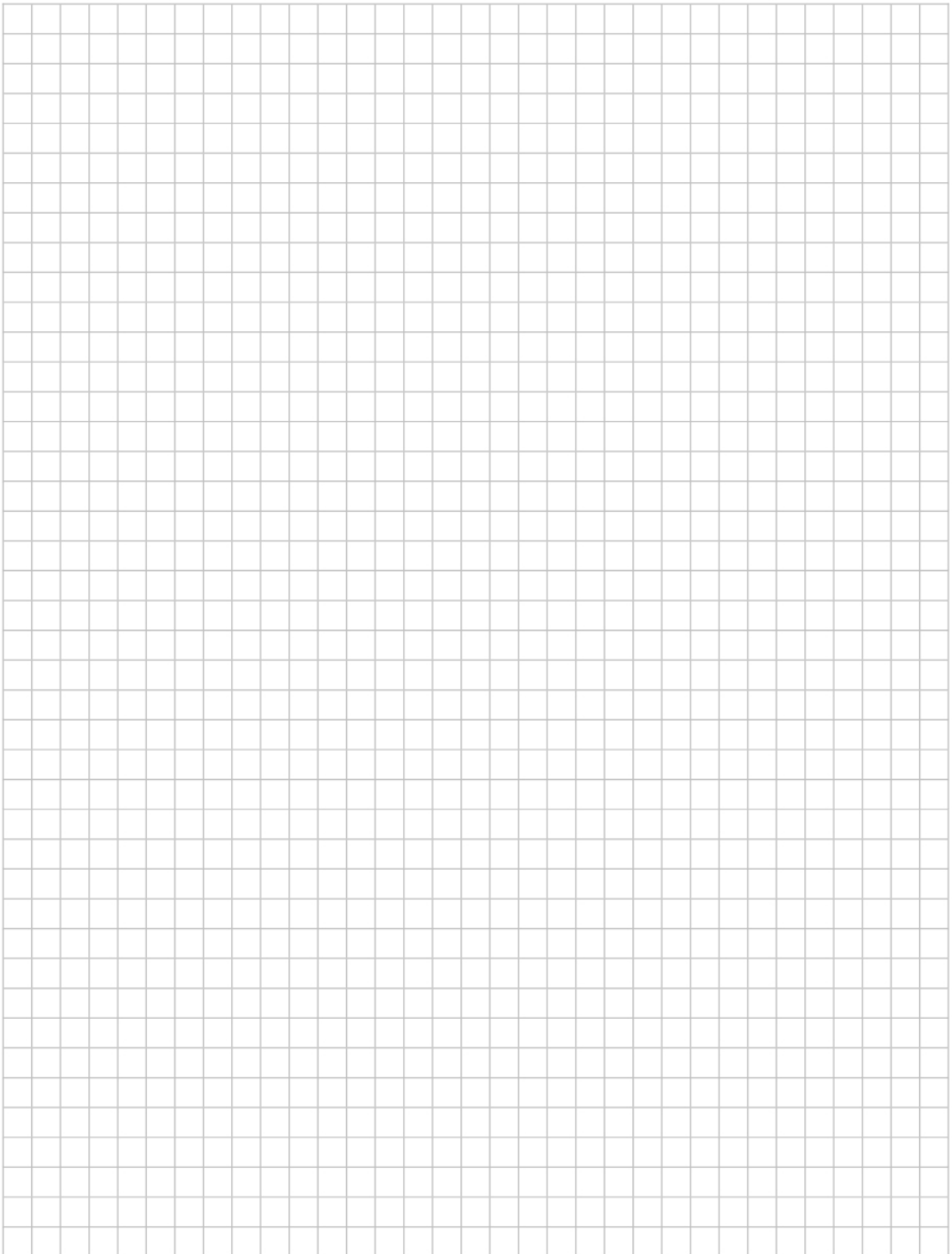
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 5. (0–1)

Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^3 + 3n}{1 + 2n + 3n^2 + 4n^5}$ jest równa

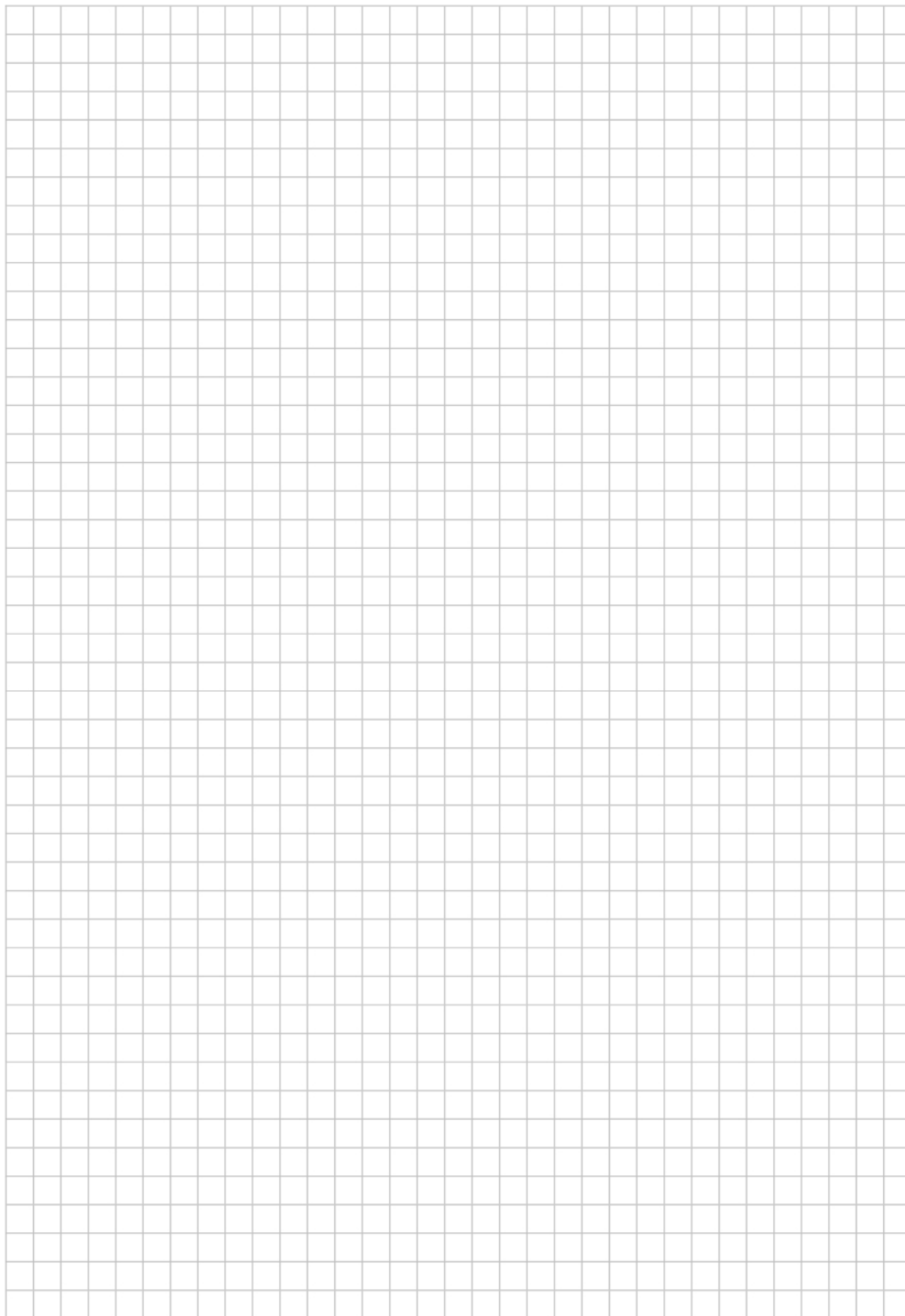
- A. $-\infty$ B. $-\frac{7}{4}$ C. 0 D. $+\infty$

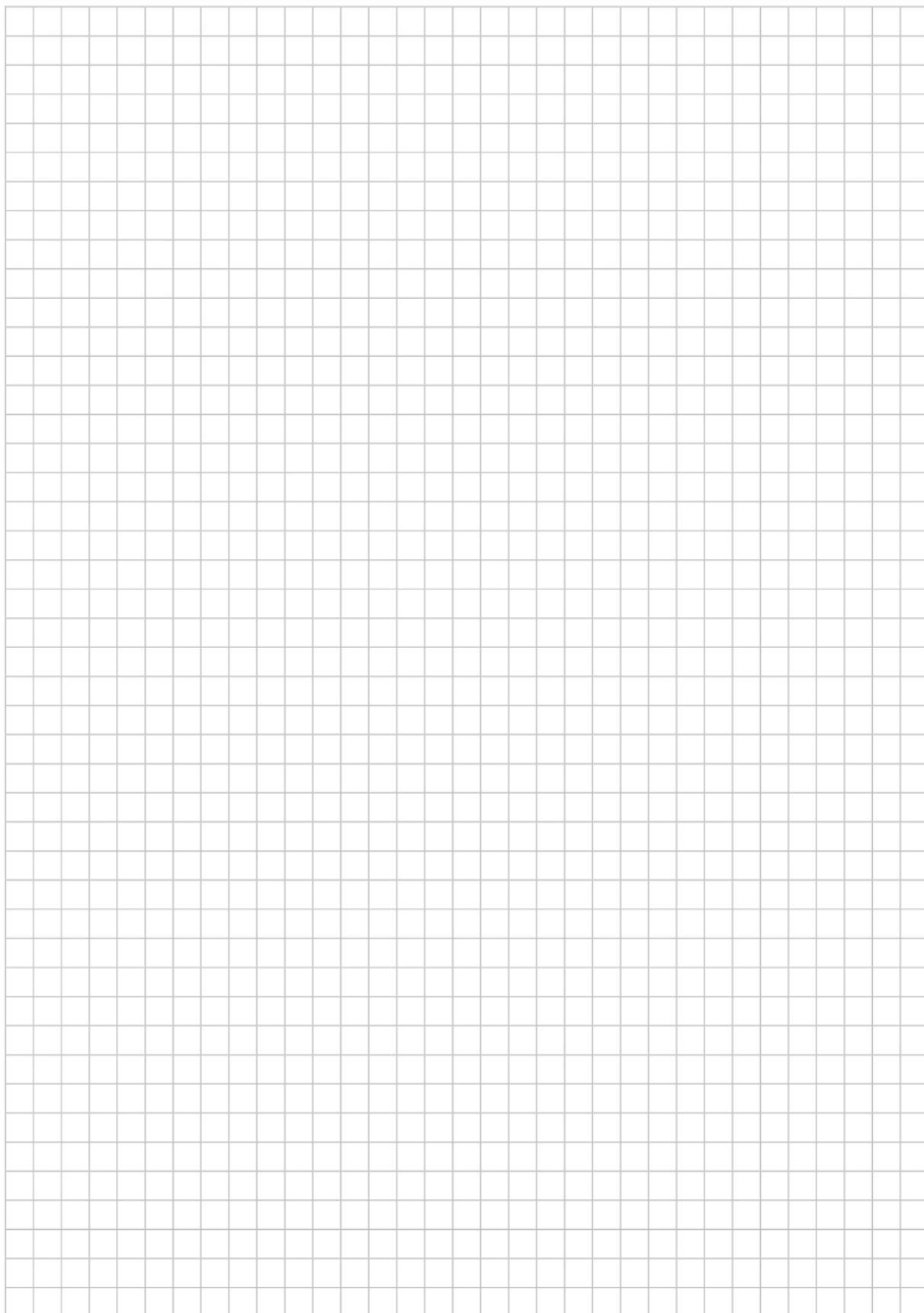
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

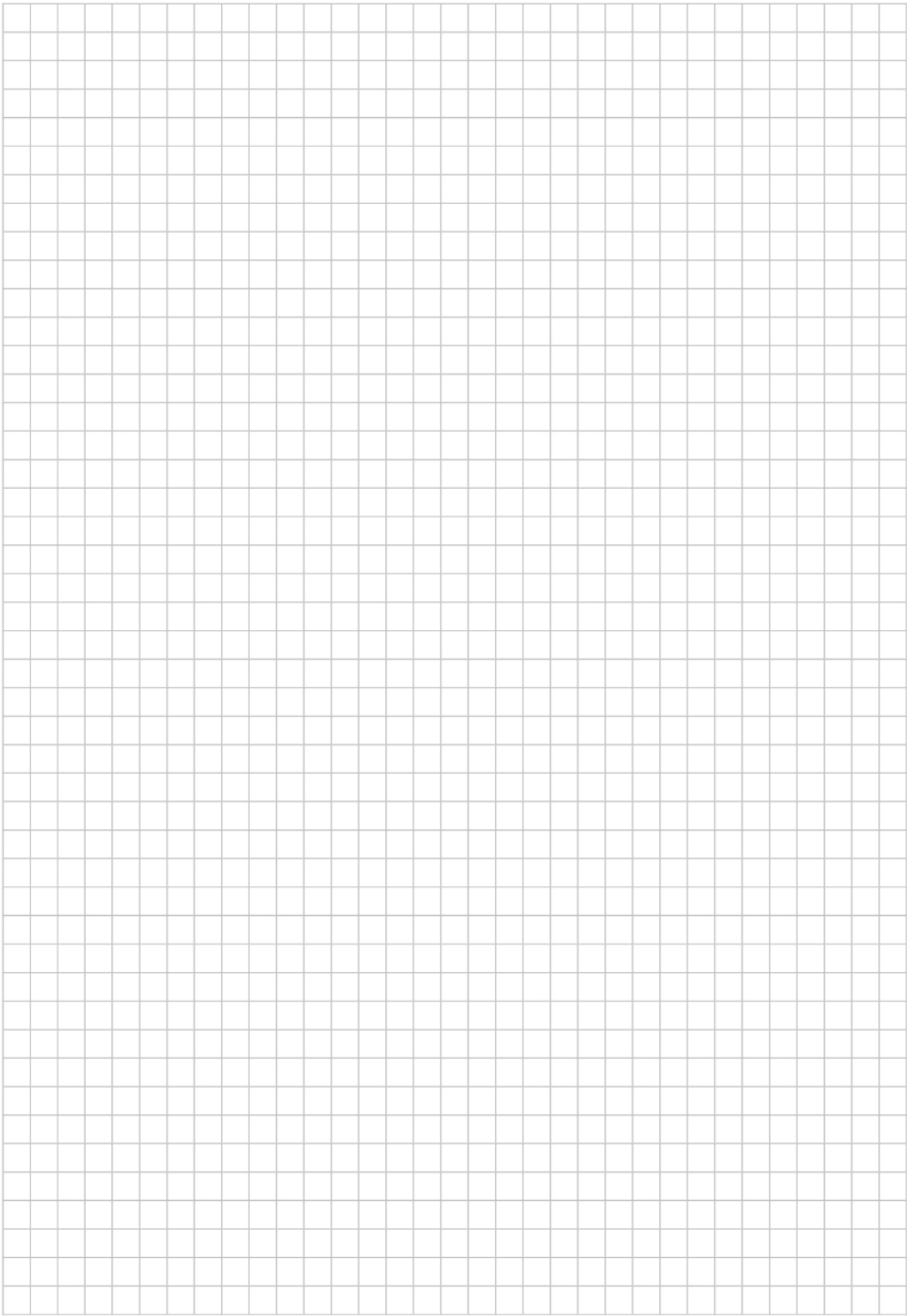


Zadanie 8. (0–4)

Wykaż, że dla $a, b, c, d > 0$ prawdziwa jest nierówność $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{c+d} \geq \sqrt{ac} + \sqrt{bd}$.



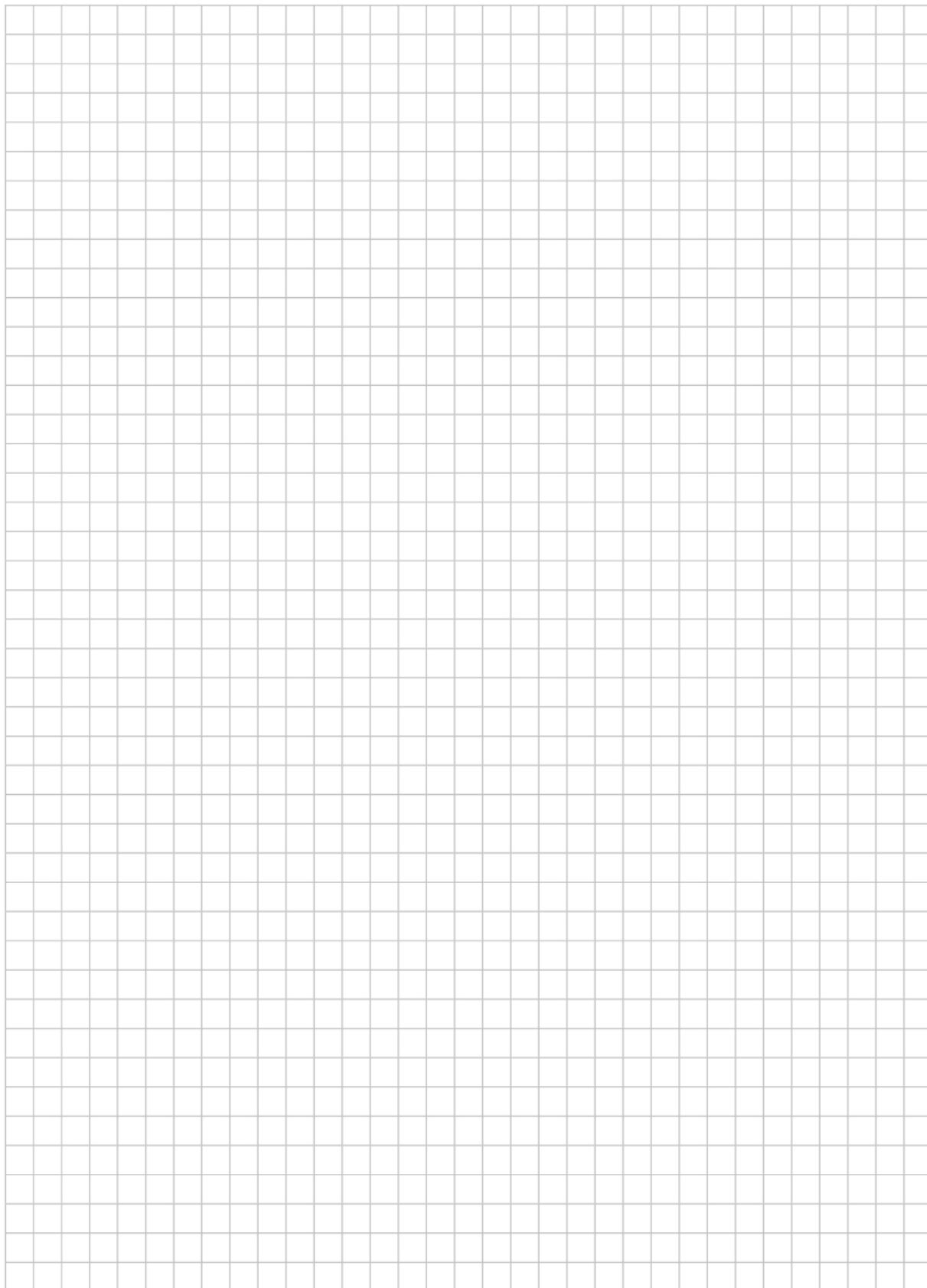
Zadanie 9. (0–4)Rozwiąż nierówność $|x^2 - 3x + 2| \geq |x - 1|$.

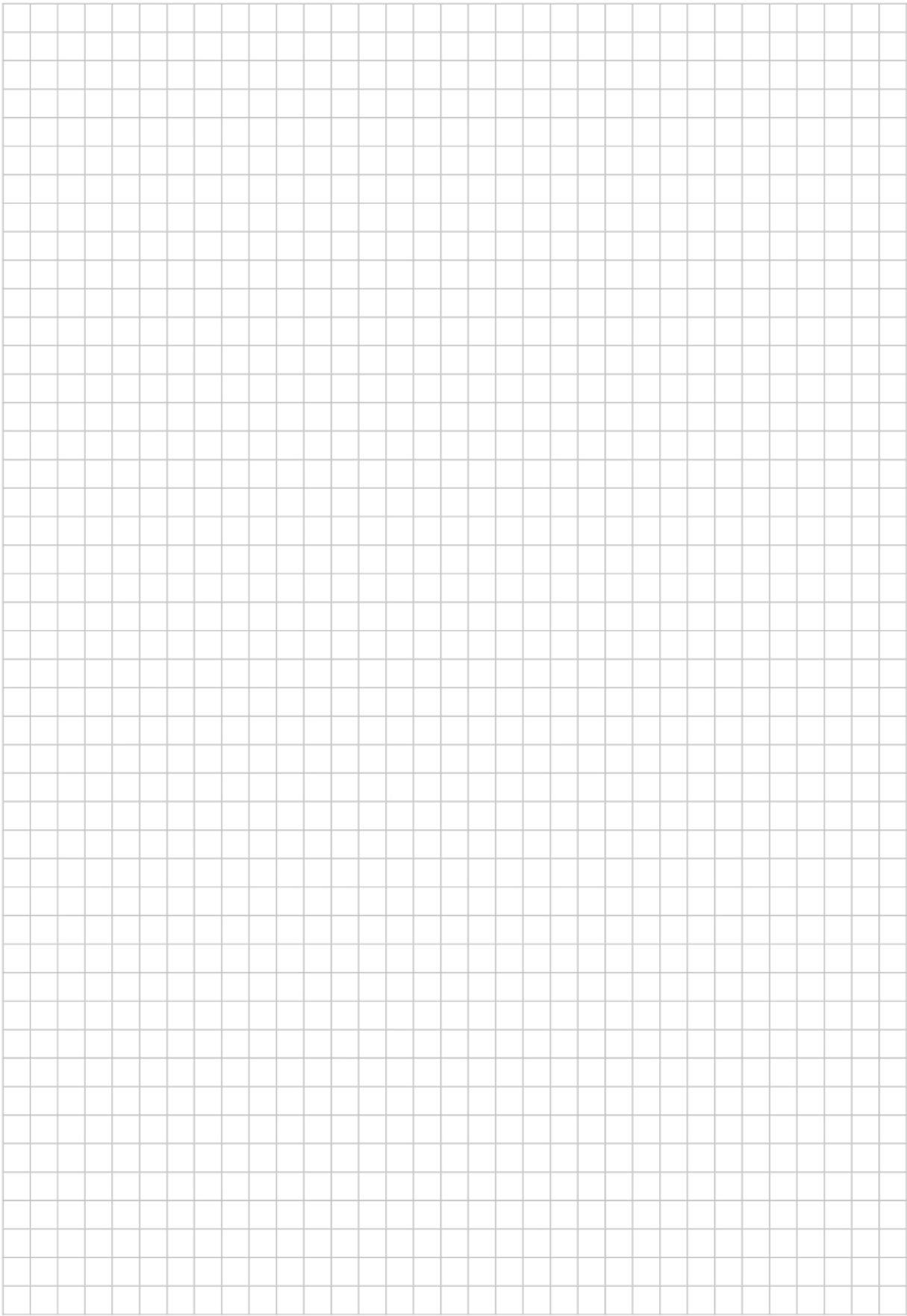


Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–3)

Dany jest ciąg (a_n) określony dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$, w którym $a_4 = 4$ oraz dla każdej liczby $n \geq 1$ prawdziwa jest równość $a_{n+1} = a_n + n - 4$. Oblicz pierwszy wyraz ciągu (a_n) i ustal, czy ciąg ten jest malejący.

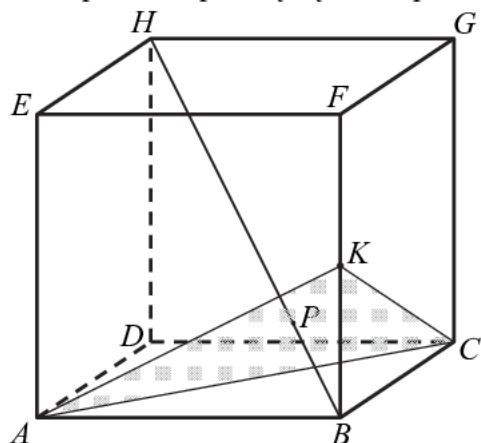




Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–3)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przez wierzchołki A i C oraz środek K krawędzi BF poprowadzono płaszczyznę, która przecina przekątną BH w punkcie P (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|BP|:|HP| = 1:3$.

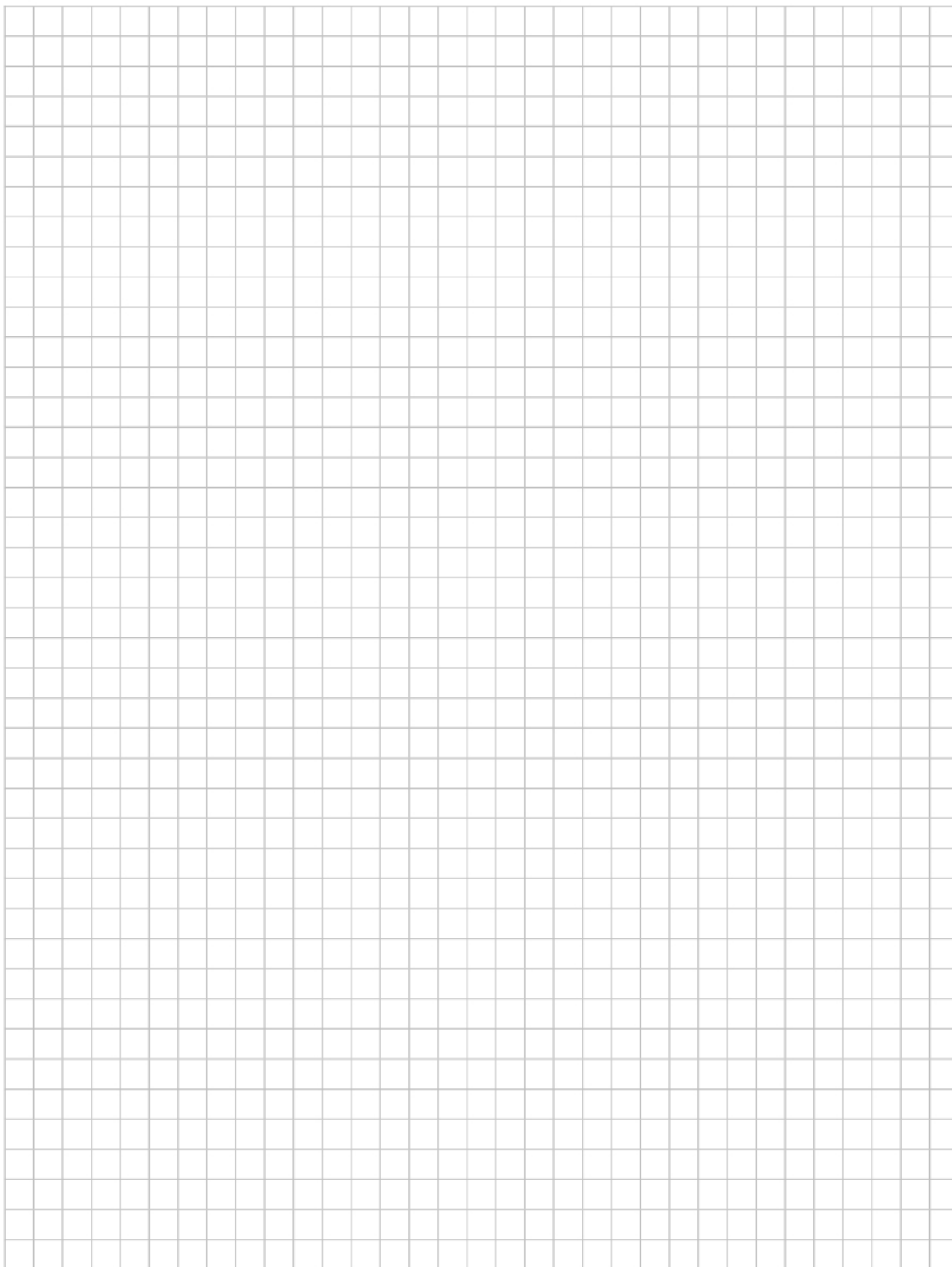


Zadanie 12. (0–4)

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania

$$k^2x^2 + (k-1)x + 1 = 0, \text{ gdzie } k \neq 0.$$

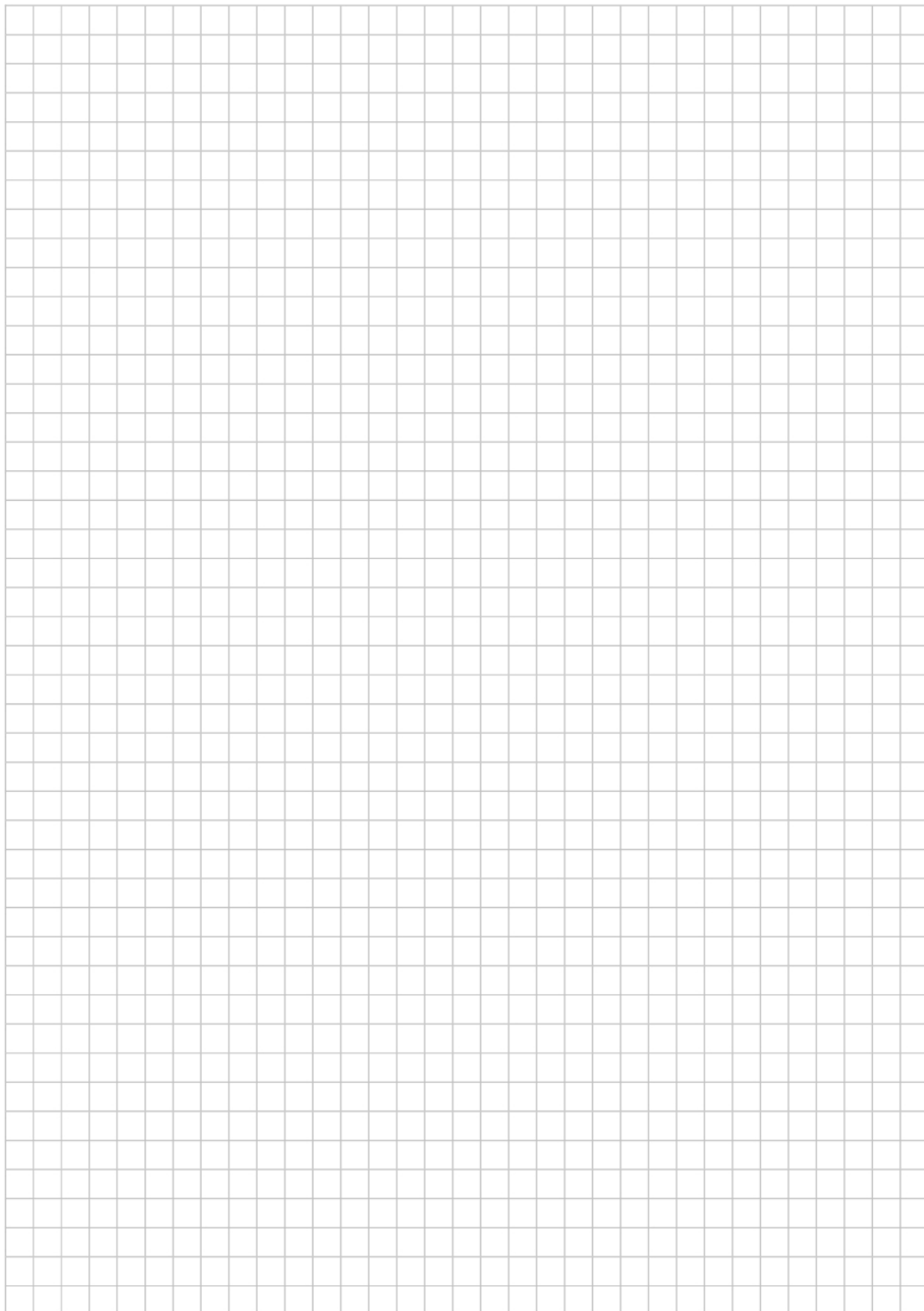
Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(x) = 2^m$.

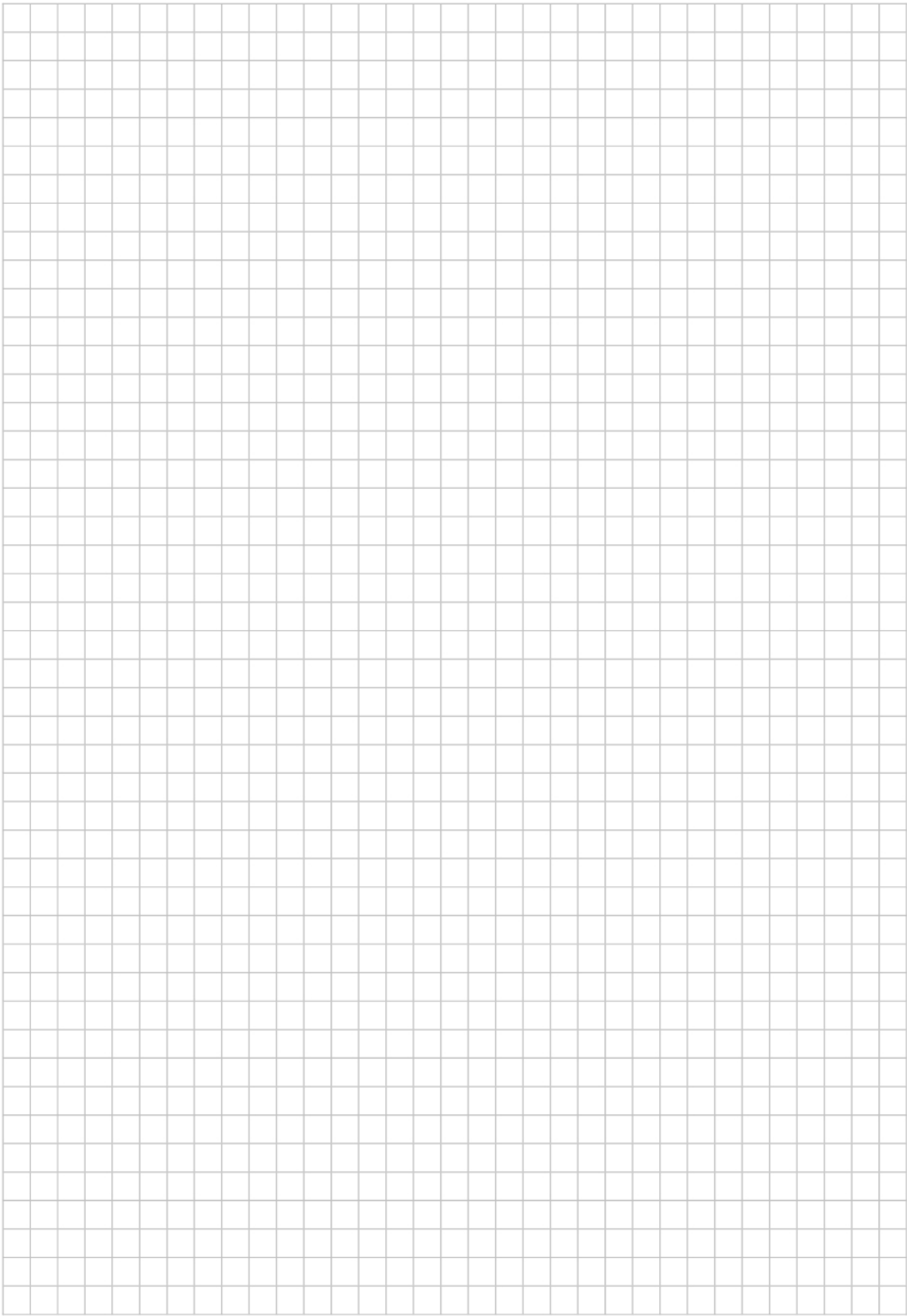


Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–3)

Rozwiąż nierówność $(2 \sin x - 3)(2 \sin x + 1) > 0$ w przedziale $x \in (0, 2\pi)$.

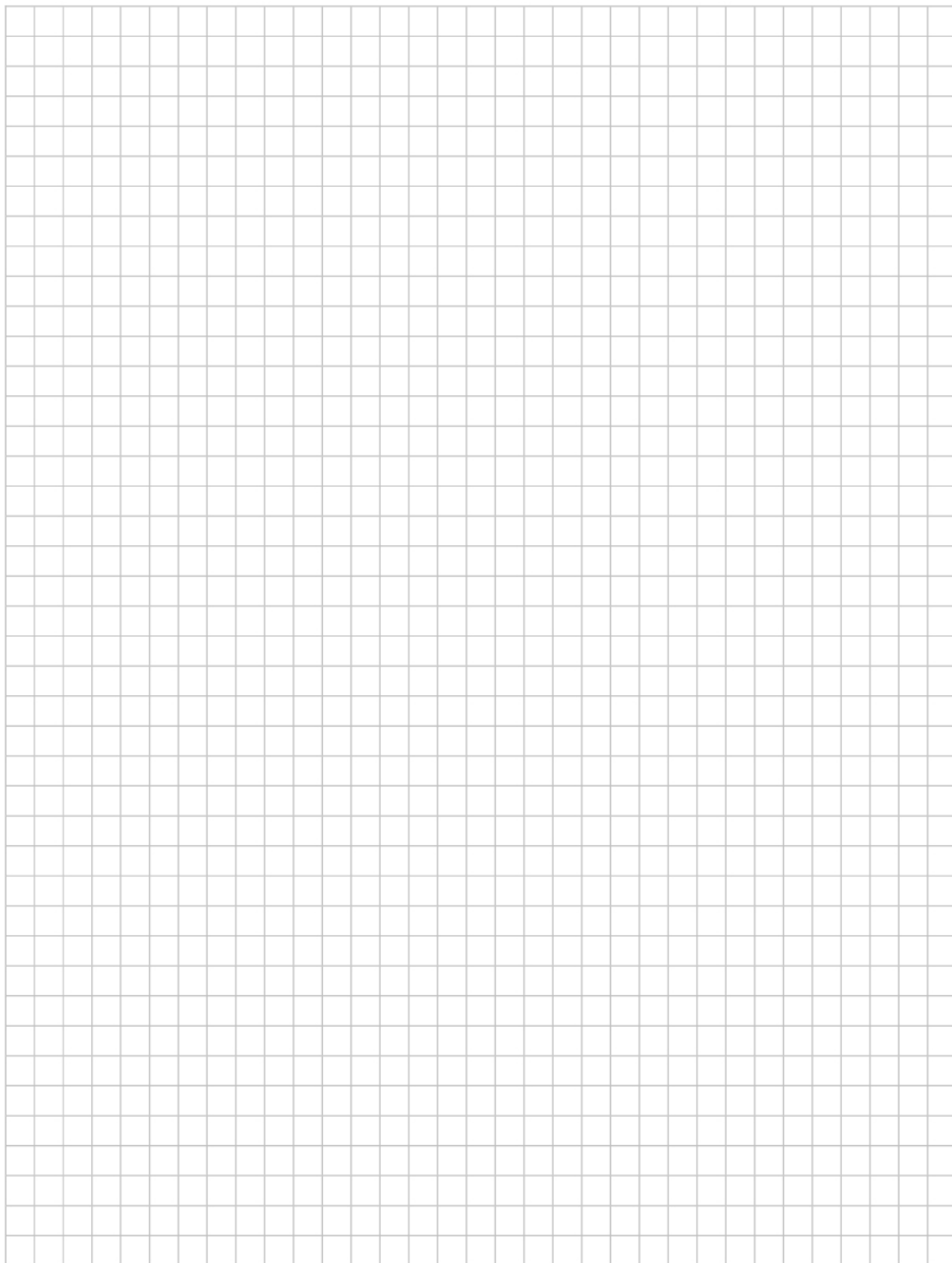


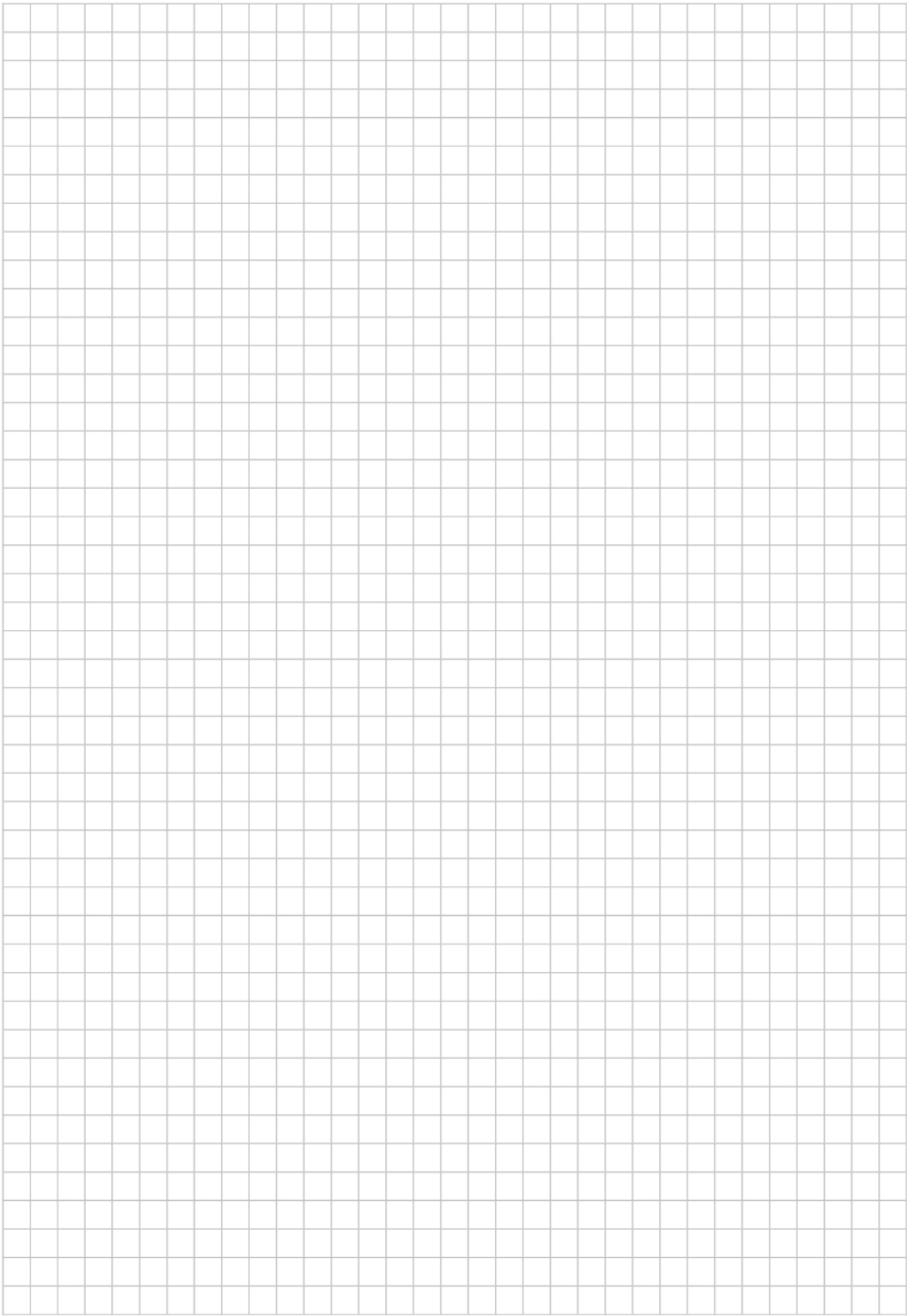


Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)

W trójkącie prostokątnym stosunek różnicy długości przyprostokątnych do długości przeciwprostokątnej jest równy $\frac{1}{2}$. Oblicz cosinusy kątów ostrych tego trójkąta.



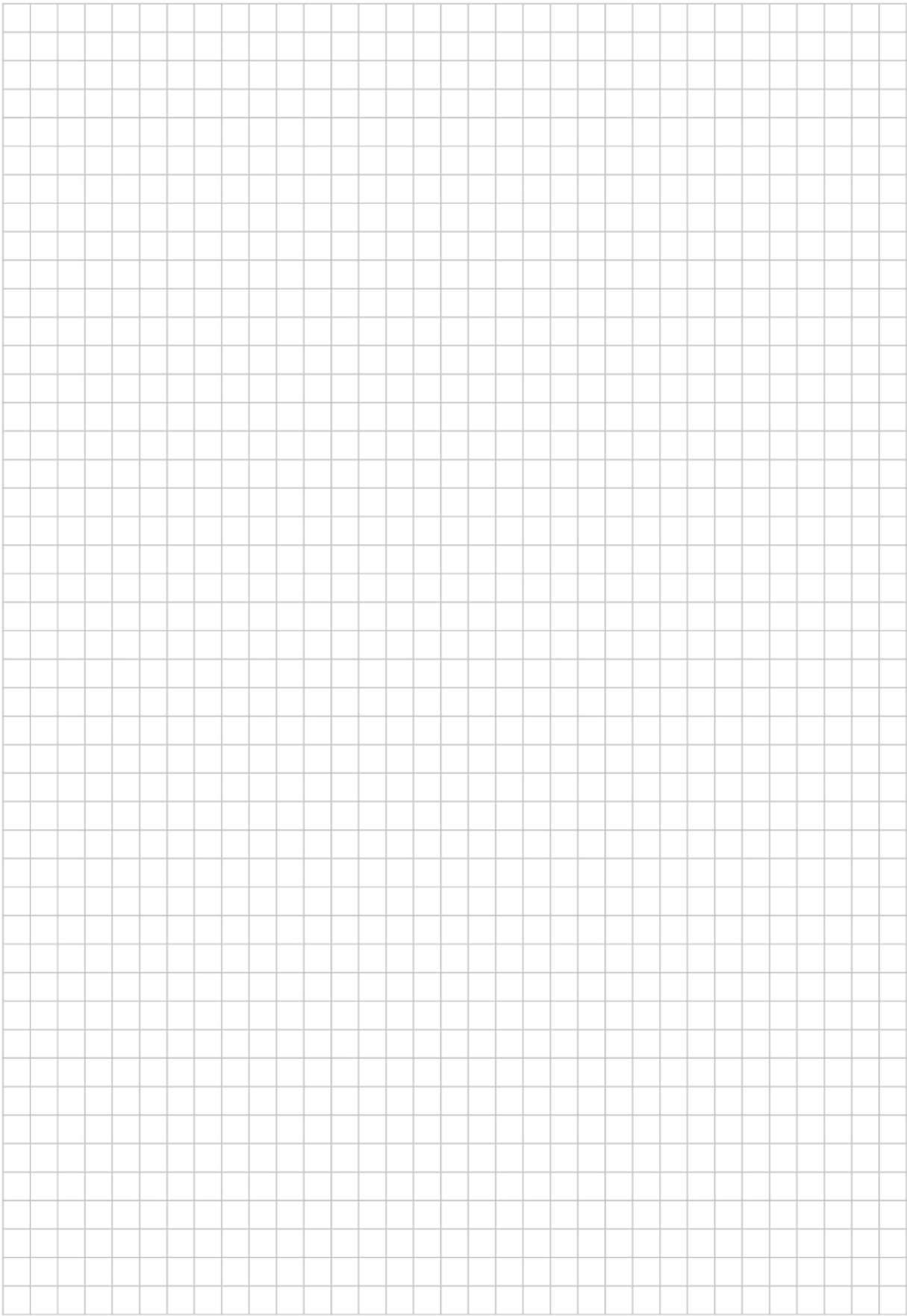


Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–4)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie trzy cyfry nieparzyste.

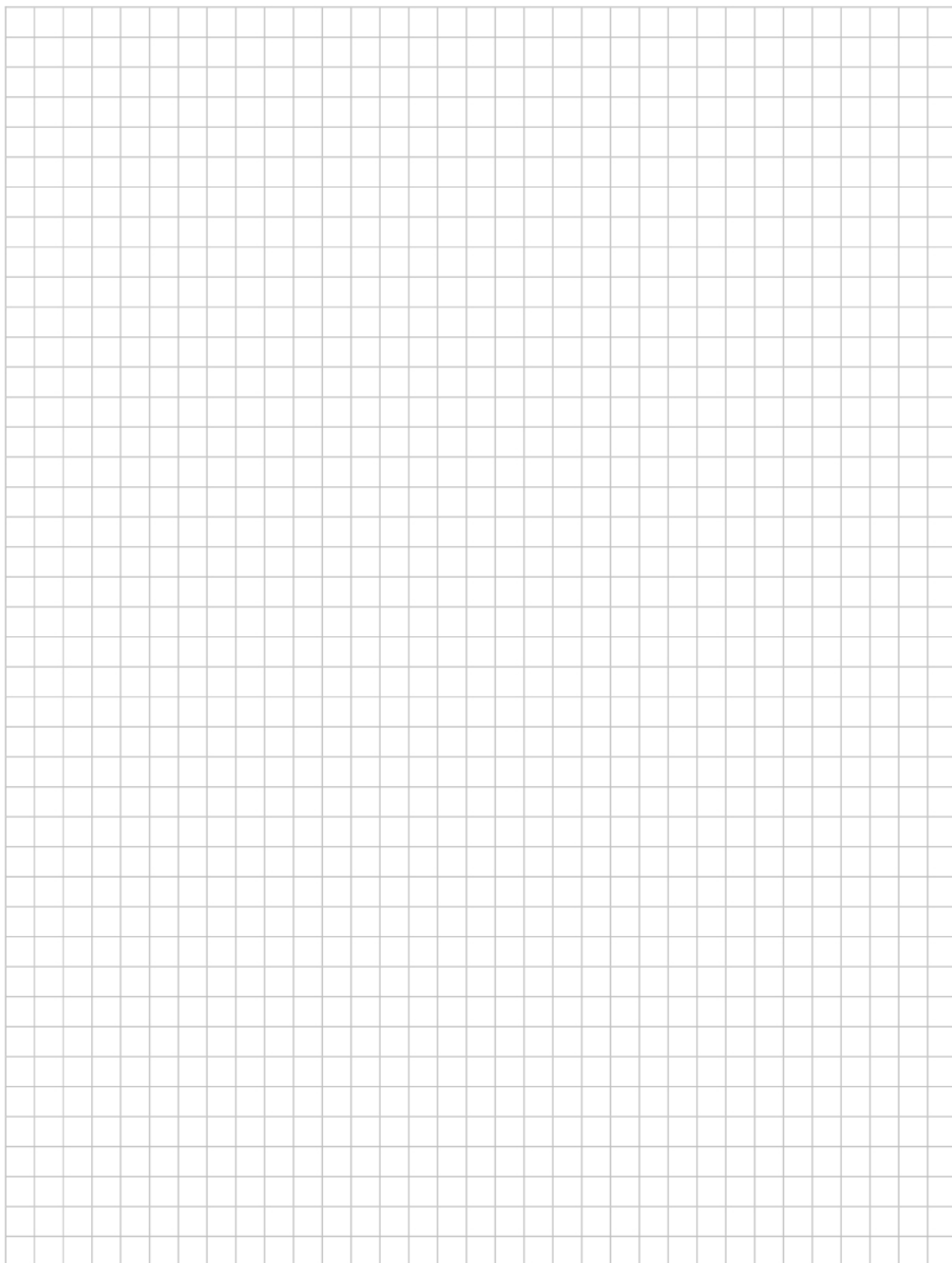
A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to perform calculations or draw diagrams.

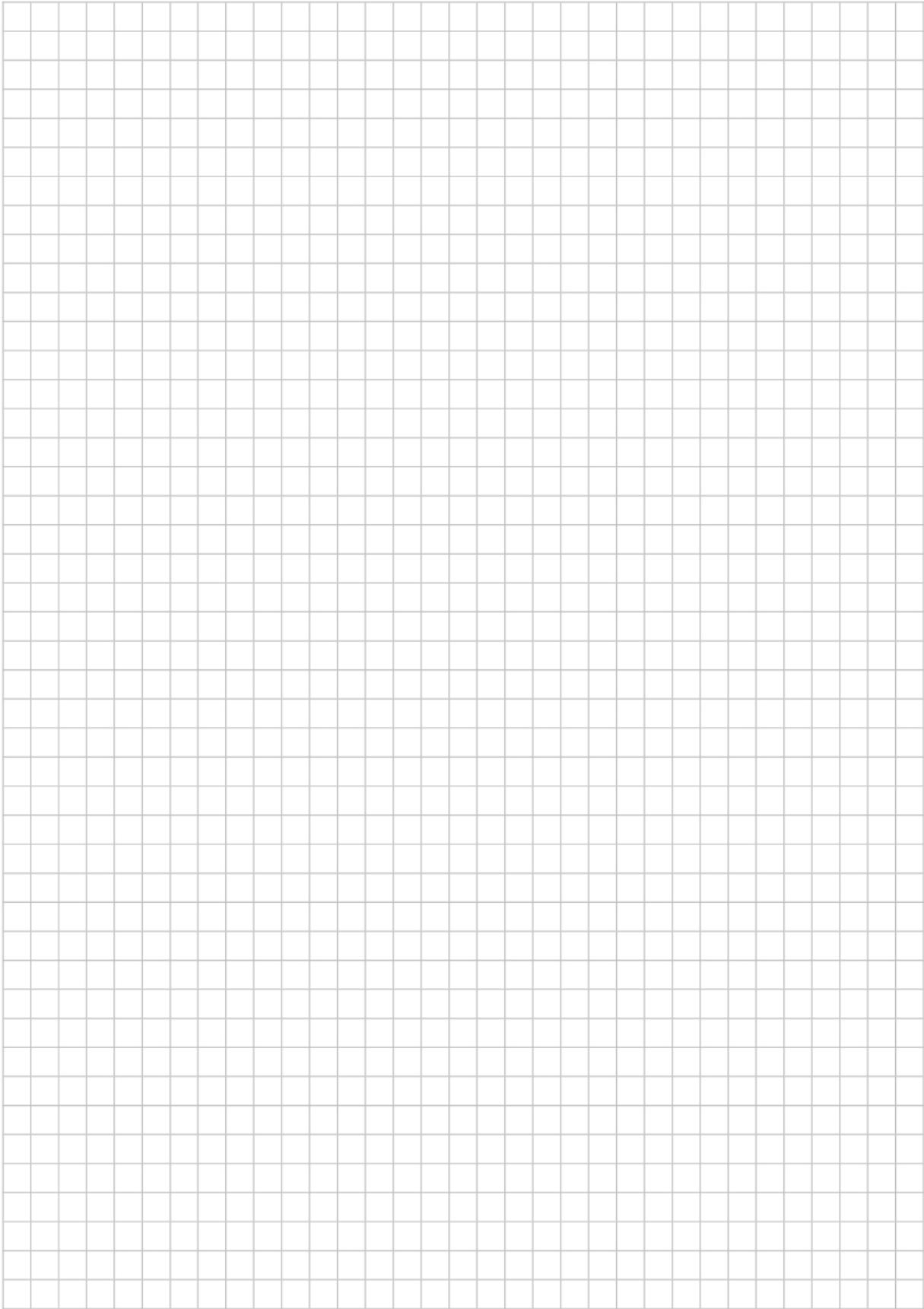


Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–5)

Punkty $A = (-7, -2)$ i $B = (4, -7)$ są wierzchołkami podstawy trójkąta równoramiennego ABC , a wysokość opuszczona z wierzchołka A tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $2x + 19y + 52 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka C .

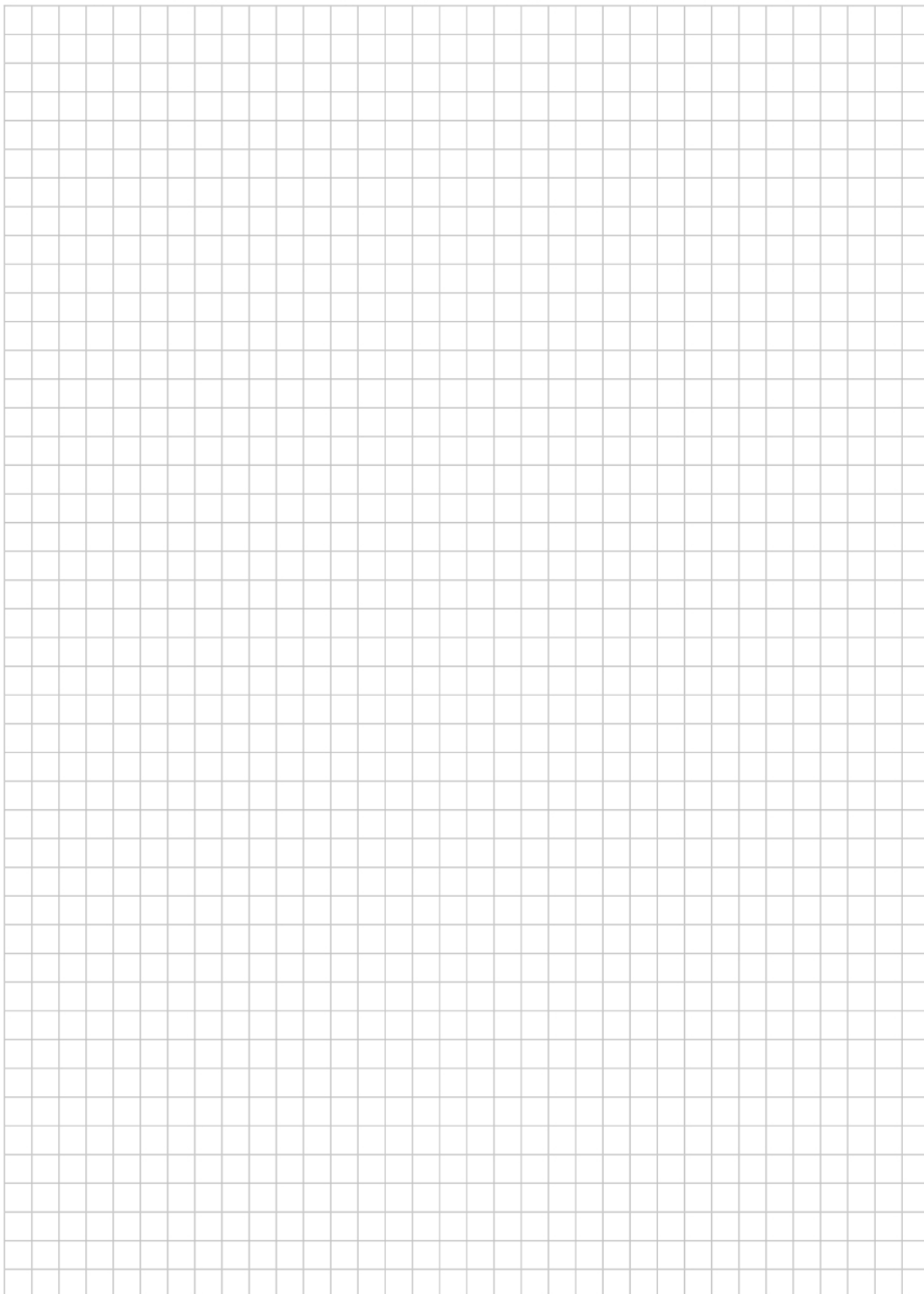


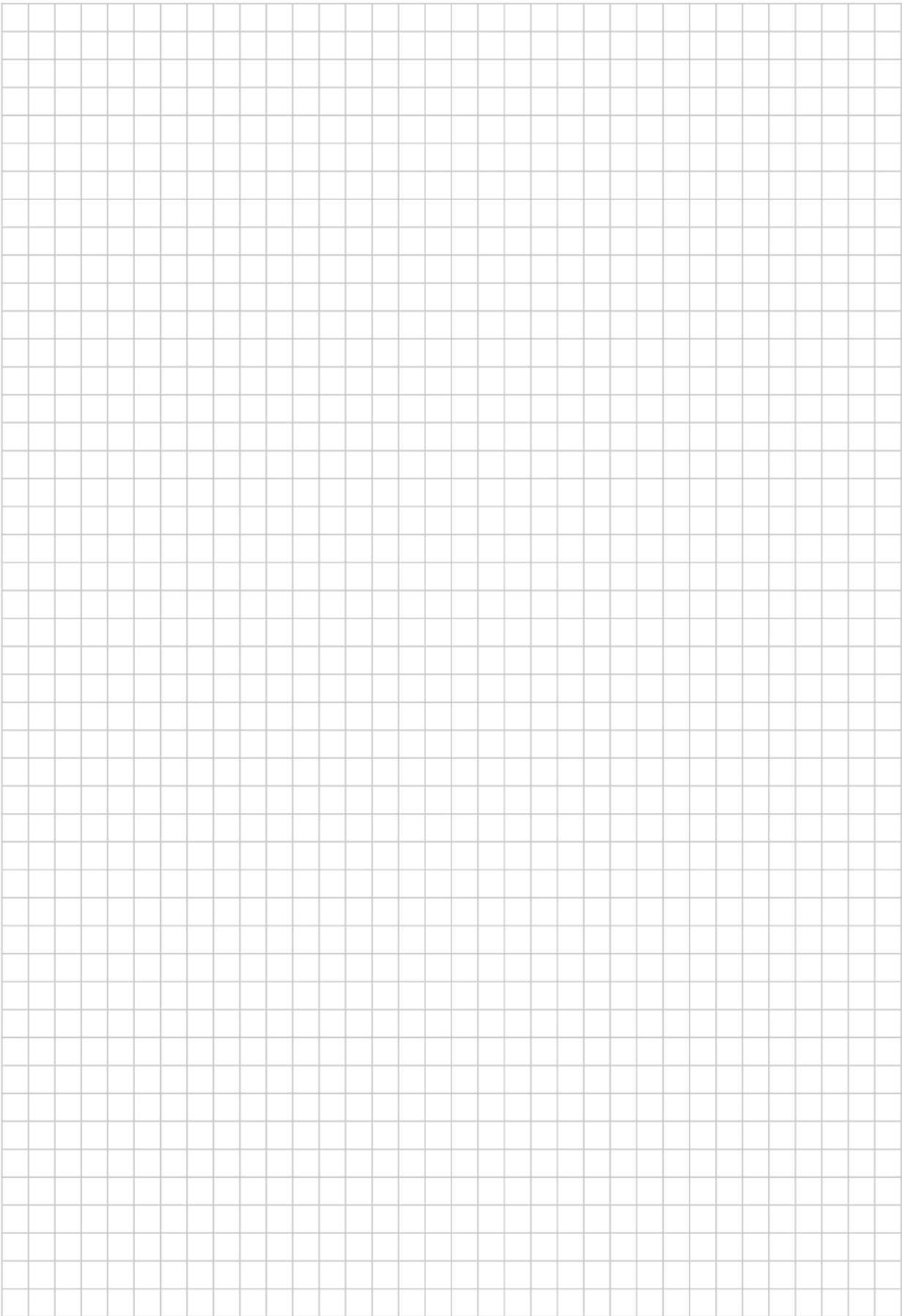


Odpowiedź:

Zadanie 17. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce, których pole powierzchni całkowitej jest równe 2π . Oblicz promień podstawy tego walca, który ma największą objętość. Podaj tę największą objętość.





Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)