

## WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

IMIĘ I NAZWISKO \*

\* nieobowiązkowe

### PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

#### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **18** stron (zadania **1–15**).  
Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

***Powodzenia!***

**STYCZEŃ 2018**

**Czas pracy:  
180 minut**

**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

W zadaniu 6. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.

**Zadanie 1. (0–1)**

Równanie  $|(x+2)^2 - 3| = 2a + 1$  z niewiadomą  $x$  ma dokładnie trzy rozwiązania tylko wtedy, gdy

- A.  $a = -2$ .                      B.  $a = 0$ .                      C.  $a = 1$ .                      D.  $a = 3$ .

**Zadanie 2. (0–1)**

Wskaż przedział, w którym wielomian  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  jest funkcją malejącą.

- A.  $\langle 1, 3 \rangle$                       B.  $\langle 0, 4 \rangle$                       C.  $(-\infty, 0)$                       D.  $(-3, -1)$

**Zadanie 3. (0–1)**

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem  $a_n = \frac{3n(n^2 - 1)}{(2n + 1)^3}$  dla  $n \geq 1$ . Wtedy

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{4}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{8}$ .

**Zadanie 4. (0–1)**

Funkcja  $f$ , której dziedziną jest zbiór  $(2, \infty)$ , jest określona wzorem:  $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{8}{x^2} + \dots$ . Wartość funkcji  $f$  jest równa 8 dla argumentu

- A.  $\frac{16}{7}$ .                      B. 4.                      C.  $4 + 4\sqrt{2}$ .                      D.  $10\frac{2}{3}$ .

**Zadanie 5. (0–1)**

Wskaż równanie okręgu, którego obrazem w przesunięciu o wektor  $\vec{u} = [3, -2]$  jest okrąg o równaniu:  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ .

- A.  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 4$   
B.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$   
C.  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2$   
D.  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

**Zadanie 6. (0–2)**

W trójkącie ostrokątnym  $ABC$   $\sin \sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$ , a  $\sin \sphericalangle ABC = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ . Oblicz  $\cos \sphericalangle ACB$ .

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

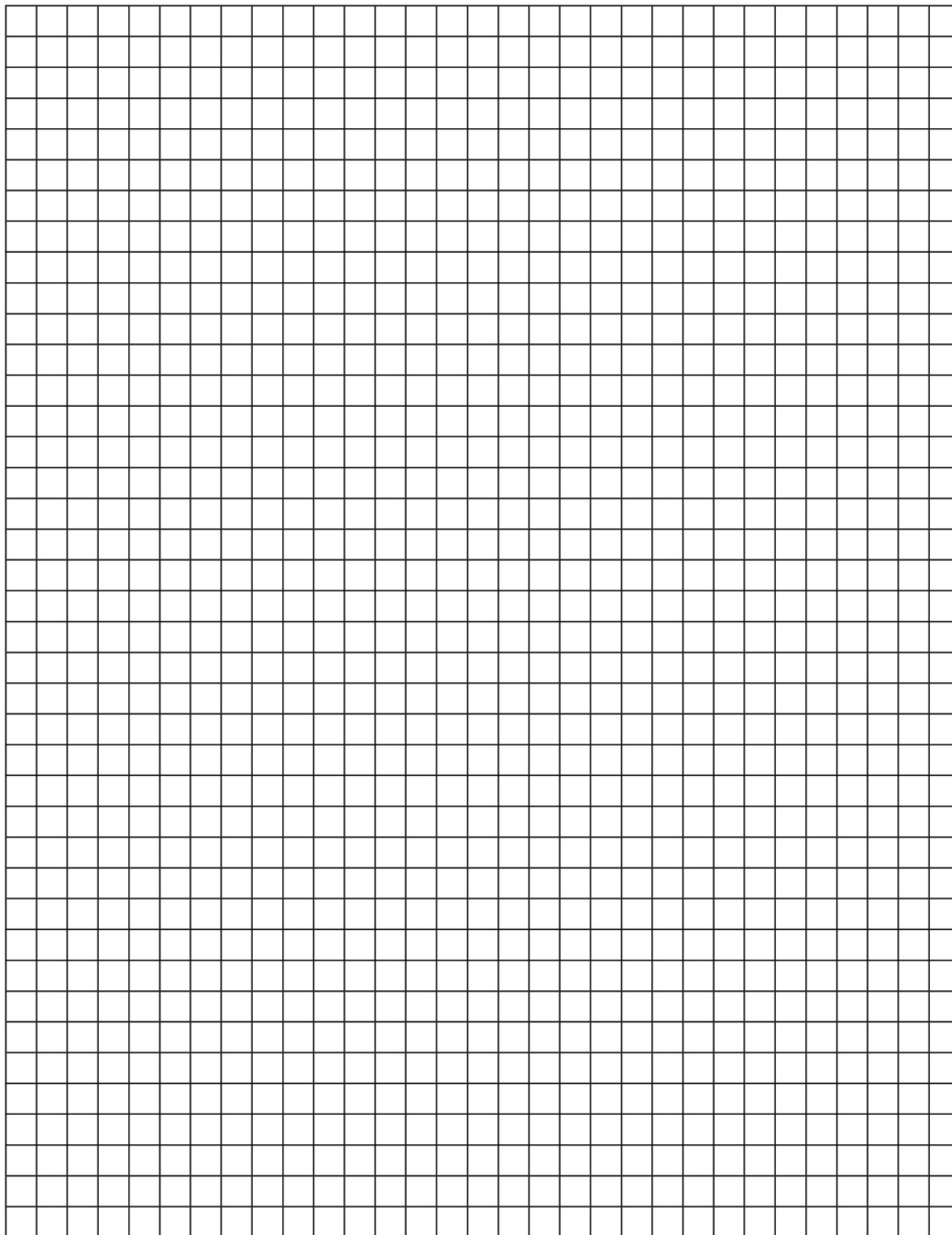
## This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The paper is otherwise completely blank, with no margins, text, or other markings.

3 z 22

**Zadanie 7. (0–3)**

W czworokącie  $ABCD$  dane są:  $|AC| = 5$ ,  $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle BCD| = 90^\circ$ ,  $\sin \sphericalangle ABC = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

Oblicz długość przekątnej  $BD$  tego czworokąta.



Odpowiedź: .....



Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest nierówność:

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

5 z 18



Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x$  spełniające równanie:  $2\sin^2 x - \cos 2x = 1$ . Oblicz sumę wszystkich rozwiązań tego równania należących do przedziału  $\langle 0, 32\pi \rangle$ .

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 small square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Odpowiedź: .....

|                          |                     |   |    |
|--------------------------|---------------------|---|----|
| Wypełnia<br>sprawdzający | Nr zadania          | 9 | 10 |
|                          | Maks. liczba pkt    | 3 | 5  |
|                          | Uzyskana liczba pkt |   |    |

Urna zawiera 5 kul ponumerowanych od 1 do 5. Losowano z niej osiem razy ze zwracaniem po jednej kuli i zapisywano wylosowane numery kolejno, od strony lewej do prawej. Zapisane cyfry utworzyły liczbę ośmiocyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w doświadczeniu otrzymamy liczbę parzystą, w której zapisie dziesiętnym znajdują się dokładnie trzy trójki i co najmniej jedna piątka. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

[illegible]

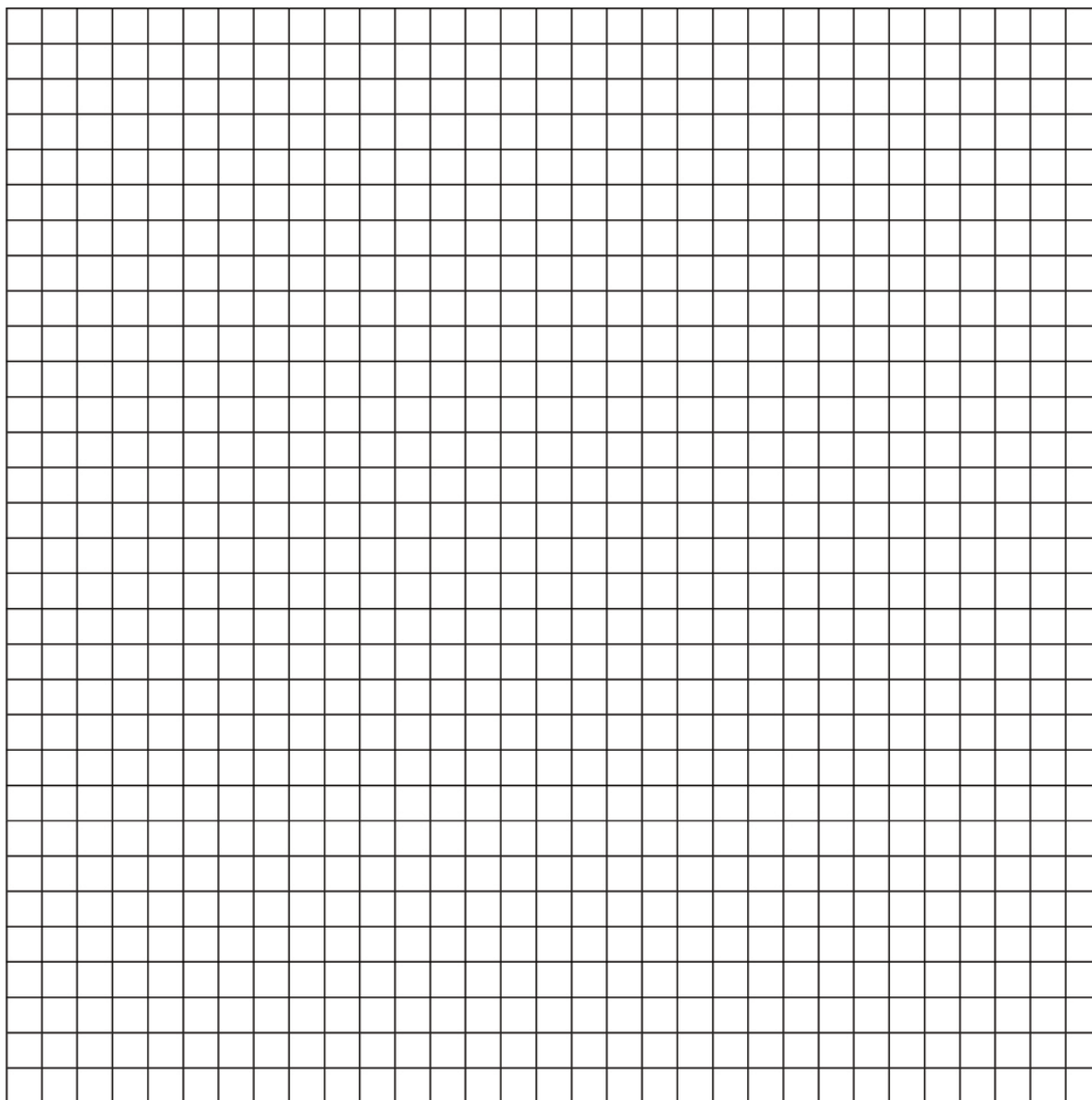
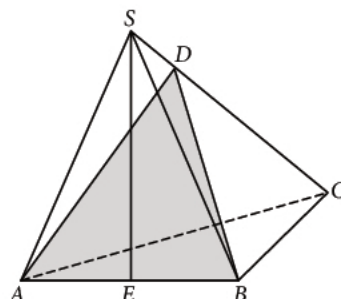
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Odpowiedź: .....

|                                  |                            |           |
|----------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>sprawdzający</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>11</b> |
|                                  | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>  |
|                                  | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 12. (0–5)**

W ostrosłupie  $ABCS$  podstawa  $ABC$  jest trójkątem równoramiennym o ramionach  $AC$  i  $BC$  długości 4 i kącie między nimi  $30^\circ$ . Punkt  $E$  – środek krawędzi  $AB$  – jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa, a krawędź boczna  $CS$  tworzy z podstawą kąt  $60^\circ$ . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź  $AB$  i mającą z przeciwległą krawędzią boczną  $CS$  wspólny punkt  $D$  (jak na rysunku). Oblicz pole otrzymanego przekroju, wiedząc, że z podstawą ostrosłupa tworzy on kąt  $75^\circ$ . Podaj dokładny wynik obliczeń.



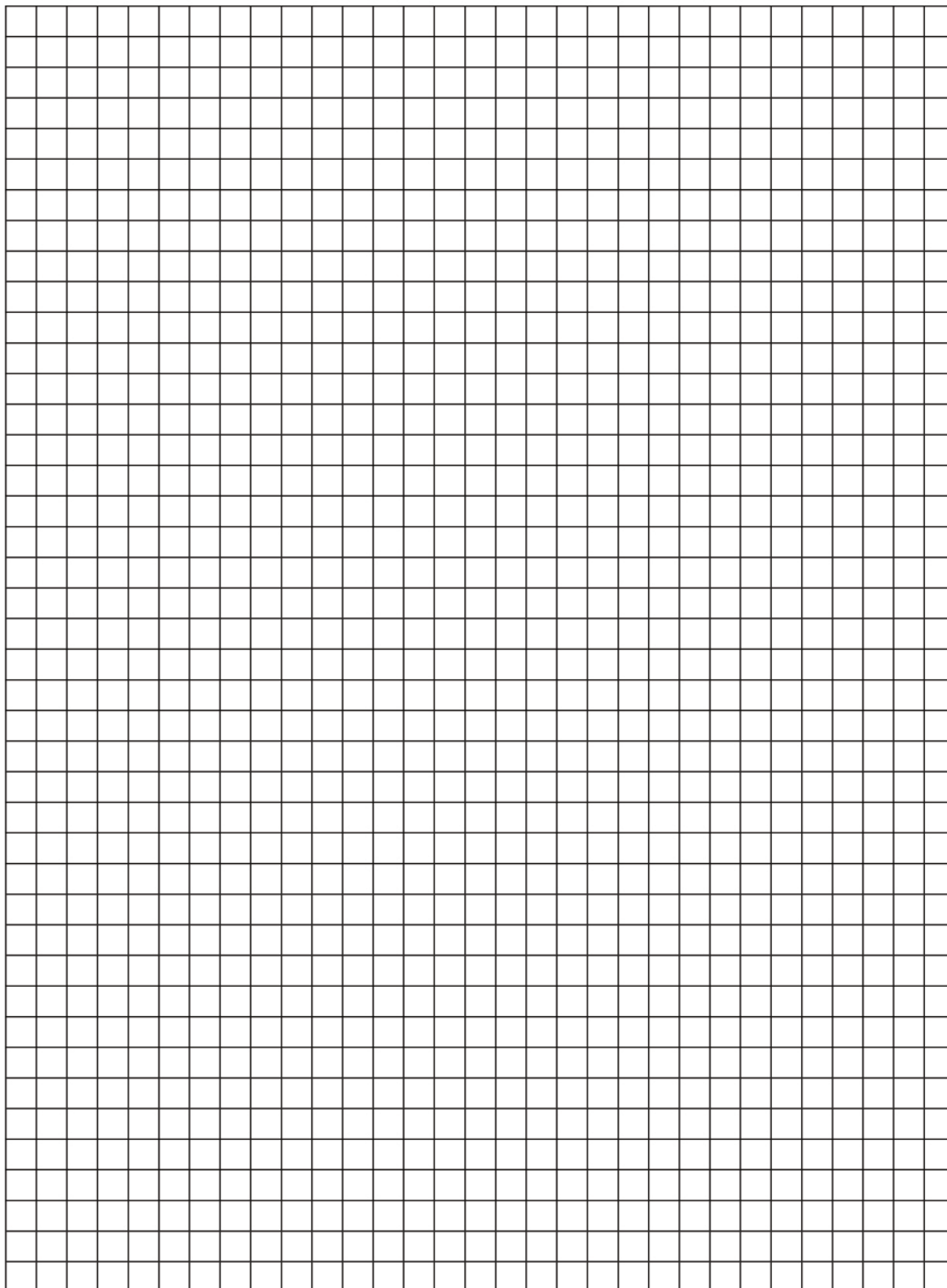
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or additional markings.

Odpowiedź: .....

|                                  |                            |           |
|----------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>sprawdzający</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>12</b> |
|                                  | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>  |
|                                  | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 13. (0–6)**

Funkcja kwadratowa  $f(x) = (2m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 1$  ma dwa różne miejsca zerowe  $x_1, x_2$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których odległość między miejscami zerowymi wynosi nie więcej niż 4.





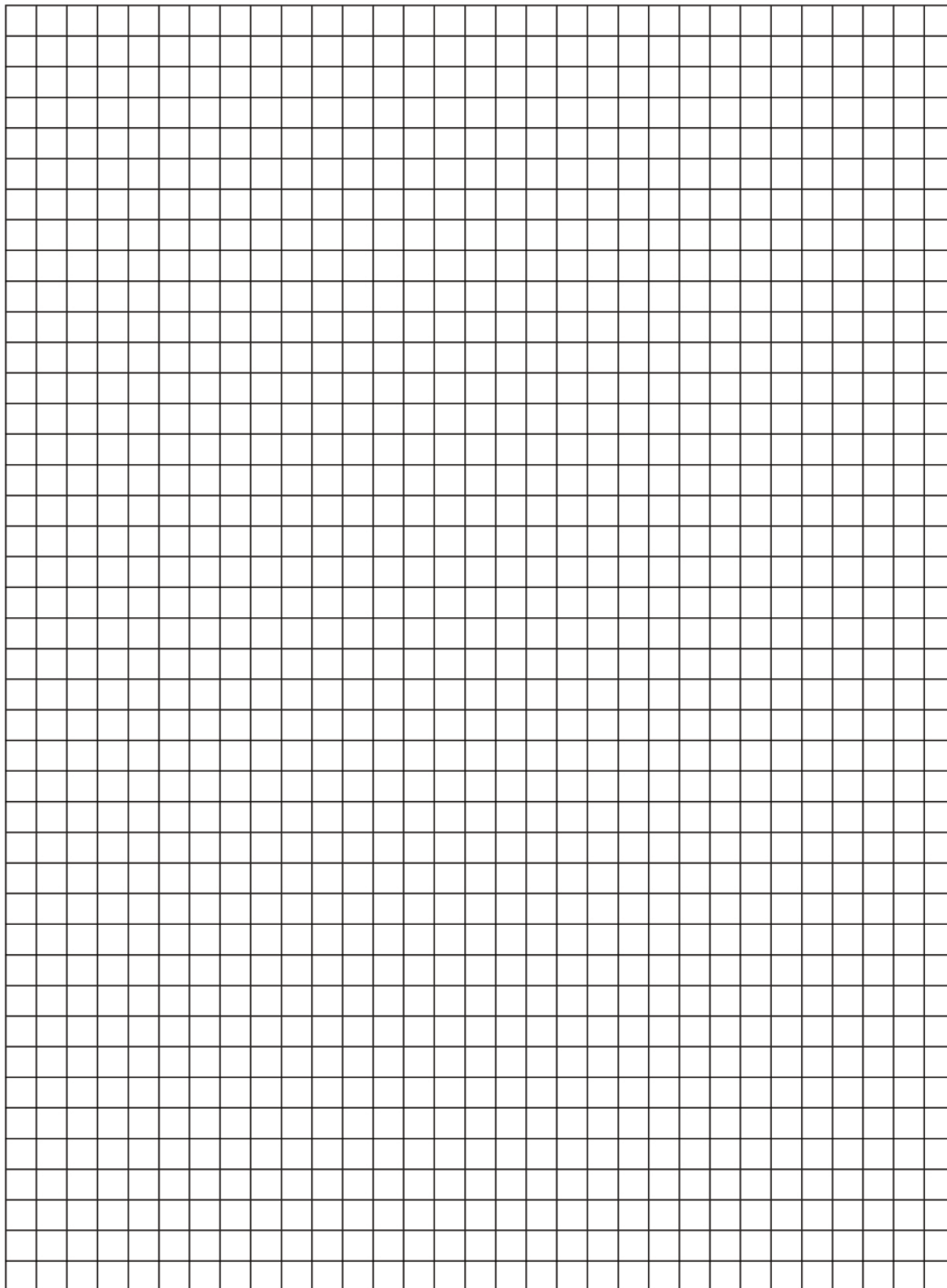
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź: .....

|                                  |                            |           |
|----------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>sprawdzający</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>13</b> |
|                                  | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>  |
|                                  | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 14. (0–6)**

Wyznacz równania wszystkich wspólnych stycznych do paraboli o równaniu  $y = \frac{1}{2}x^2$  i okręgu o równaniu  $x^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = 2$ .



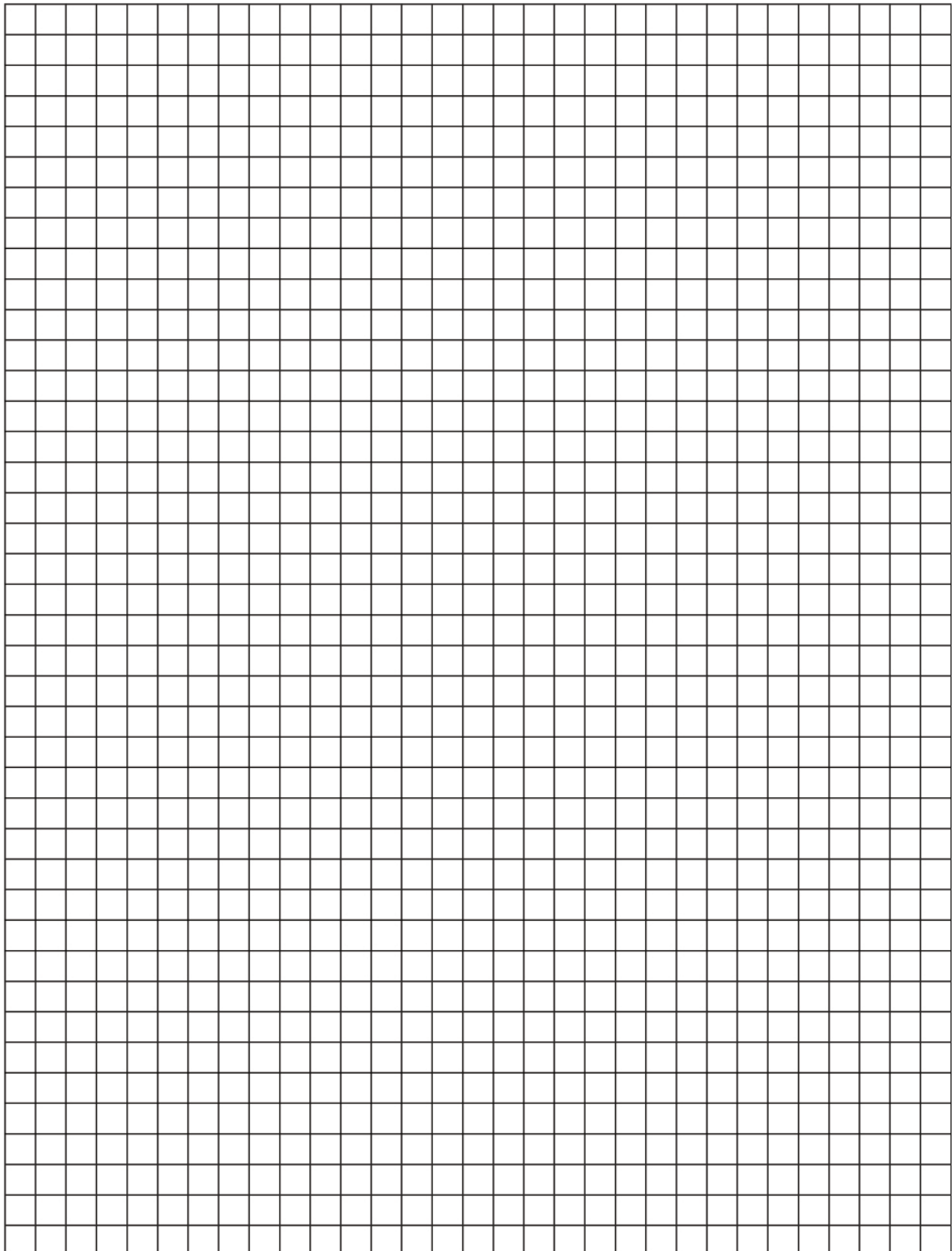
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or additional markings.

Odpowiedź: .....

|                                  |                            |           |
|----------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>sprawdzający</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>14</b> |
|                                  | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>  |
|                                  | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 15. (0–7)**

Prosta o równaniu  $y = a^2x + 3a$  przecina hiperbolę o równaniu  $y = \frac{4}{x}$  w dwóch punktach,  $A$  i  $B$ . Wyraż długość odcinka  $AB$  w zależności od wartości parametru  $a < 0$ . Wyznacz równanie prostej, która przecina opisaną w zadaniu hiperbolę tak, aby długość odcinka  $AB$  była najmniejsza.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Odpowiedź: .....

|                                  |                            |           |
|----------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>sprawdzający</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>15</b> |
|                                  | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>7</b>  |
|                                  | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

---

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**

